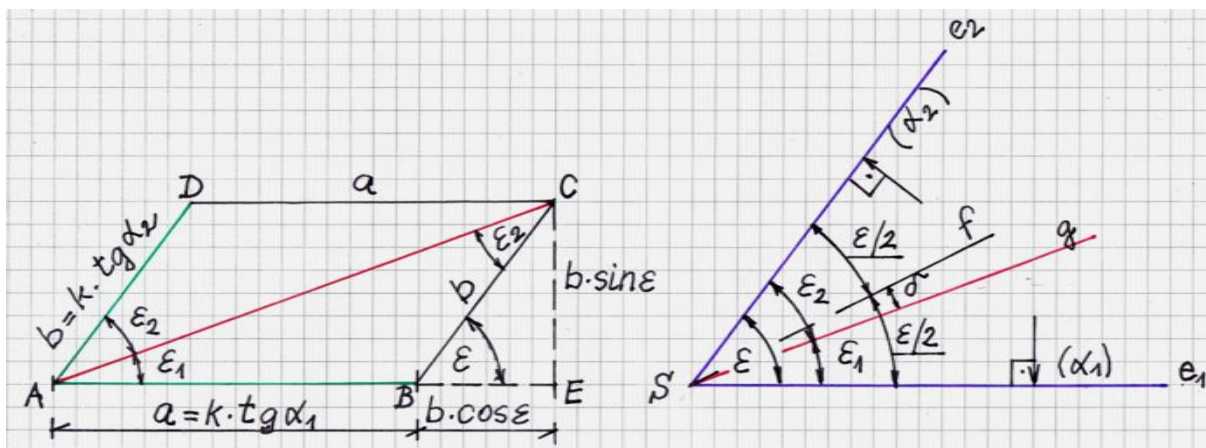


Egy megjegyzés a fedélidom - közeplés trigonometriájához

Már több írásunkban levezettük a fedélidom - közeplés bizonyos alapképleteit – 1. ábra:



1. ábra

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{\sin \varepsilon}{\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} + \cos \varepsilon}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_1 = \arctg \left(\frac{\sin \varepsilon}{\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} + \cos \varepsilon} \right), \quad (1 / 1)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon - \varepsilon_1. \quad (2)$$

Most egy kicsit fordítsuk figyelmünket az $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ speciális esetre!

Ekkor (1) -ből, ismert trigonometriai azonosságokkal:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1^* = \frac{\sin \varepsilon}{1 + \cos \varepsilon} = \frac{2 \cdot \sin \frac{\varepsilon}{2} \cdot \cos \frac{\varepsilon}{2}}{\cos^2 \frac{\varepsilon}{2} + \sin^2 \frac{\varepsilon}{2} + \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} - \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}} = \frac{2 \cdot \sin \frac{\varepsilon}{2} \cdot \cos \frac{\varepsilon}{2}}{2 \cdot \cos^2 \frac{\varepsilon}{2}} = \frac{\sin \frac{\varepsilon}{2}}{\cos \frac{\varepsilon}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}, \text{ innen (2) -vel is:}$$

$$\underline{\varepsilon_1^* = \varepsilon_2^* = \frac{\varepsilon}{2}}, \quad (3)$$

vagyis az ismert közeplési szabály adódik.

Az jutott eszünkbe, hogyan vezethetnénk le (3) -at másként, főleg *tangens* szögfüggvényekkel. Most ezt nézzük meg.

Az előbbi levezetés elejét megtartva haladunk, algebrai és trigonometriai átalakításokkal:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varepsilon_1^* &= \frac{\sin \varepsilon}{1 + \cos \varepsilon} = \frac{\frac{\sin \varepsilon}{\cos \varepsilon}}{\frac{1}{\cos \varepsilon} + 1} = \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon} + 1} = \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon} + 1} \cdot \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon} - 1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon} - 1} = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon} - 1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon - 1} = \\ &= \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon} - 1}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon} = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon} - 1}{\operatorname{tg} \varepsilon}, \end{aligned}$$

tehát:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1^* = \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \varepsilon}-1}{\operatorname{tg} \varepsilon}. \quad (4)$$

Rendezve:

$$1 + \operatorname{tg} \varepsilon_1^* \cdot \operatorname{tg} \varepsilon = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon},$$

$$1 + 2 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1^* \cdot \operatorname{tg} \varepsilon + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1^* \cdot \operatorname{tg}^2 \varepsilon = 1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon,$$

$$2 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1^* \cdot \operatorname{tg} \varepsilon + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1^* \cdot \operatorname{tg}^2 \varepsilon = \operatorname{tg}^2 \varepsilon,$$

$$2 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1^* + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1^* \cdot \operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} \varepsilon,$$

$$2 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1^* = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot (1 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1^*),$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_1^*}{1 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1^*} = \operatorname{tg}(2 \cdot \varepsilon_1^*) \rightarrow \varepsilon = 2 \cdot \varepsilon_1^* \rightarrow \underline{\underline{\varepsilon_1^* = \frac{\varepsilon}{2}}},$$

mint előbb is.

Ezzel kitűzött feladatunkat megoldottuk.

.....

Érdemes megemlíteni, hogy aki matematikából sikeres érettségi vizsgát tett, annak az összes átalakítás ismerős, alapvetően. Emiatt irodalmi hivatkozásra sincs szükség itt. Minthogy képleteinket akár technikusok is használhatják, így ott az érettségi eleve megvan, ennek megfelelően az alkalmazott matematikai anyagrészek nem szorulnak magyarázatra. Ha mégis, akkor legyen ez egy jó ürügy az ismételésre, esetleg a hiányok pótlására!

Az utóbbiakat azért tettük ide, mert tudjuk, hogy jelenleg a technikusoknál is megfigyelhető a használható matematikai ismeretek drasztikus fogyása. Csak remélhetjük, hogy egy-egy szakmailag is érdekes és hasznos témakör matematikai vizsgálata / körüljárása segít rávezetni a hiányok pótlására, valamint a matematika haszontalanságáról vallott nézetek felszámolására. Főleg akkor, ha a megértett és alkalmazott matematika segíti a munka sikeres elvégzését, ezzel együtt a szakmai és az anyagi előrelépést.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2019. 10. 15.